Allgemeine Kurvendiskussion

Ableitungen:

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

$f''(x) = 6x - 12$

$f'''(x) = 6$

Der Definitionsbereich einer ganzrationalen Funktion ist immer $D_f$ = IR.

Symmetrie: da hier sowohl gerade als auch ungerade Exponenten vorhanden sind
$\Rightarrow$ weder achsensymmetrisch zur f(x)-Achse, noch punktsymmetrisch zum Ursprung.

Grenzwertverhalten: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\pm\infty} x^3 = \pm\infty$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = 0$

$x(x^2 - 6x + 9) = 0$

$x(x-3)^2 = 0$

$\Rightarrow x_{N_1} = 0 \quad x_{N_2} = 3$

Extremstellen:

Hin. Bed. $\quad f'(x_E) = 0 \quad \wedge \quad f''(x_E) \neq 0$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0$

$3(x^2 - 4x + 3) = 0 \qquad x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4-3} = 2 \pm 1 \quad \Rightarrow x_1 = 1 \quad x_2 = 3$

$3(x-1)(x-3) = 0$

$\Rightarrow$ mögliche Extremstellen bei $x_{E_1} = 1$ oder $x_{E_2} = 3$

$f''(1) = 6 - 12 = -6 < 0 \quad \Rightarrow$ Rechtskurve also $\Rightarrow \quad E_{Max}(1/4)$

$f''(3) = 18 - 12 = 6 > 0 \quad \Rightarrow$ Linkskurve also $\Rightarrow \quad E_{Min}(3/0)$

Monotonie-Tabelle:

| I | 3 | (x-1) | (x-3) | f'(x) | f | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| x<1 | + | - | - | + | sm ↗ | |
| | | | | | | $E_{Max}$ |
| 1<x<3 | + | + | - | - | sm ↘ | |
| | | | | | | $E_{Min}$ |
| 3<x | + | + | + | + | sm ↗ | |

Wendestellen:

Hin. Bed. $\quad f''(x_W) = 0 \quad \wedge \quad f'''(x_W) \neq 0$

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 6x - 12 = 0$

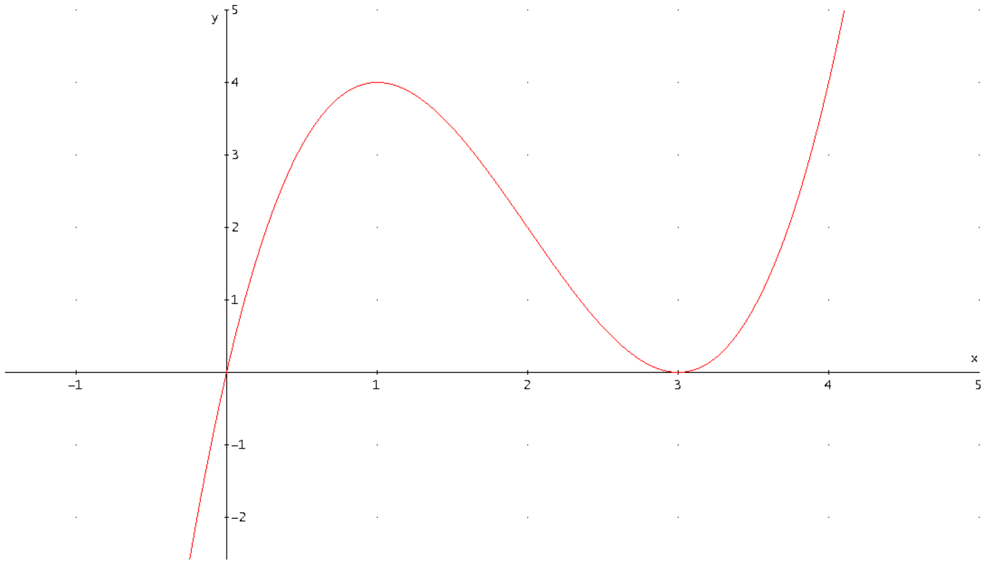
$6(x-2) = 0$

$\Rightarrow$ mögliche Wendestelle bei $x_W = 2$

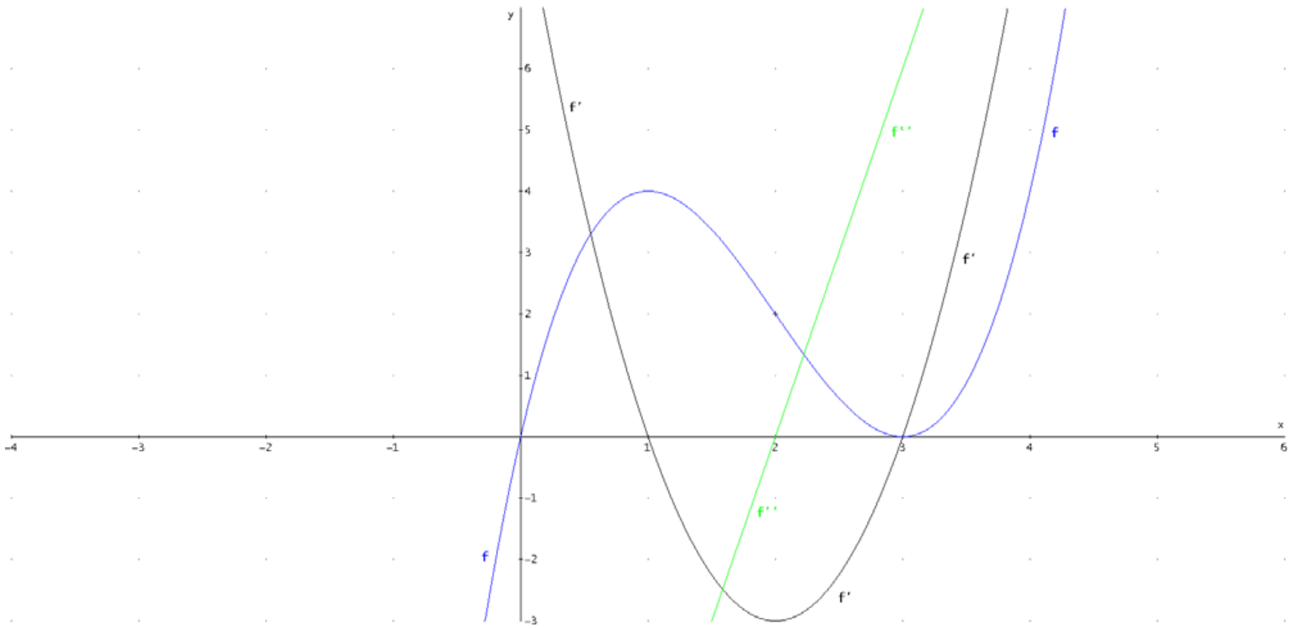
$f'''(2) = 6 \neq 0 \quad \Rightarrow \quad W(2/2)$

Krümmungstabelle:

| I | 6 | (x-2) | f''(x) | f | |
|---|---|---|---|---|---|
| x<2 | + | - | - | Rechtskurve | |
| | | | | | W |
| 2<x | + | + | + | Linkskurve | |



y
x

y
x
f'
f''
f
f'
f''
f
f'